\_\_\_ \_ \_ \_ \_\_

|\_ \_|\_ \_\_\_\_ \_\_\_\_\_ \_\_\_| |\_(\_) \_\_ \_ \_\_ \_ \_\_\_(\_) /\_/ \_ \_\_

| || '\_ \ \ / / \_ \/ \_\_| \_\_| |/ \_` |/ \_` |/ \_\_| |/ \_ \| '\_ \

| || | | \ V / \_\_/\\_\_ \ |\_| | (\_| | (\_| | (\_\_| | (\_) | | | |

|\_\_\_|\_| |\_|\\_/ \\_\_\_||\_\_\_/\\_\_|\_|\\_\_, |\\_\_,\_|\\_\_\_|\_|\\_\_\_/|\_| |\_|

|\_\_\_/

\_ \_\_\_ \_

\_\_| | \_\_\_ / \_ \ \_ \_\_ \_\_\_ \_ \_\_ \_\_ \_ \_\_\_(\_) \_\_\_ \_ \_\_ \_\_\_ \_\_\_

/ \_` |/ \_ \ | | | | '\_ \ / \_ \ '\_\_/ \_` |/ \_\_| |/ \_ \| '\_ \ / \_ \/ \_\_|

| (\_| | \_\_/ | |\_| | |\_) | \_\_/ | | (\_| | (\_\_| | (\_) | | | | \_\_/\\_\_ \

\\_\_,\_|\\_\_\_| \\_\_\_/| .\_\_/ \\_\_\_|\_| \\_\_,\_|\\_\_\_|\_|\\_\_\_/|\_| |\_|\\_\_\_||\_\_\_/

|\_|

-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+------

. \_..::\_\_: ,-"-".\_ , \_,.\_\_

\_.\_\_\_ \_ \_<\_>`!(.\_`.`-. / \_.\_ `\_ ,\_/ ' '-.\_.---.-.\_\_

.{ " " `-==,',.\_\{ \ / {) / \_ ">\_,-' ` \_>

\\_.:--. `.\_ )`^-. "' , [\_/( \_\_,/-'

'"' \ " \_/ \_,--' ) /. (|

| ,' \_)\_.\\.\_<> \_,' / '

`. / [\_/\_'` #"( <'} )

\\ .-. ) / `-'"..' `:.\_ \_) '

` \ ( `( / `:\ > \ ,-^. /' '

`.\_, "" | \`' \| ?\_) {\

`=.---. `.\_.\_ ,' "` |' ,- '.

| `-.\_ | / `:`<\_| --.\_

( > . | , `=.\_\_.`-'\

`. / | |{| ,-.,\ .

| ,' \ / `' ," \

| / |\_' | \_\_ /

| | '-' `-' \.

|/ " /

\. '

,/ \_\_\_\_\_\_.\_.--.\_ \_..---.---------.\_

,-----"-..?----\_/ ) \_\_,-'" " (

..\_( `-----' `--

-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----+-----

Apuntes de clase

Prof. José Helo Guzmán

Escuela de Computación

Tecnológico de Costa Rica

1. Introducción.

================

El término "investigación de operaciones" se empezó a utilizar durante la II Guerra Mundial cuando el alto mando británico llamó a un grupo de científicos para utilizar sus conocimientos en el estudio de las operaciones militares y de esta forma ganar batallas. El objetivo principal era poder colocar los escasos recursos de la manera más efectiva posible en las distintas actividades de cada operación militar. Debido a su efectividad pronto se empezó a utilizar en otras áreas del gobierno y de la industria.

En la actualidad, con la gran disponibilidad de poder computacional, las técnicas de investigación de operaciones son utilizadas no solo en las actividades militares, sino que además en los negocios, industria, transporte, sistemas de salud pública, investigación criminal, asignación de recursos, estudio de filas, etc.

Se trata de coordinar y controlar las operaciones y actividades dentro de una organización mediante el uso de técnicas de análisis cuantitativo para apoyar la toma de decisiones. La investigación de operaciones toma conocimientos y herramientas de la matemática, estadística, ingeniería, computación, economía y otras disciplinas y lo utiliza para analizar las consecuencias de diferentes cursos de acción.

El término "investigación de operaciones" suele ser más utilizado en Inglaterra y Europa, en Estados Unidos se suele denominar "modelos de toma de decisiones cuantitativos" o "análisis cuantitativo para la toma de decisiones".

Las etapas de un proceso de investigación de operaciones suelen ser:

() Formulación del problema.

Esta es la etapa más importante del proceso, toma además gran cantidad de tiempo y recursos. Para la formulación del problema se deben realizar visitas, tomar observaciones y hacer pruebas en el lugar donde se presenta el problema.

() Desarrollo del modelo.

Una vez que el problema ha sido formulado se debe expresar mediante un modelo matemático que represente el sistema, sus variables, las ecuaciones que representan relaciones entre las variables, su punto de inicio y finalización.

() Seleccionar los datos de entrada.

Se debe escoger cuáles datos de entrada se deben utilizar para utilizar el modelo. Además es importante mencionar que datos o variables se han desestimado en el modelo.

() Solución del modelo.

Con los datos de entrada se obtiene una solución. Si el modelo no se comporta adecuadamente se debe modificar y reformular.

() Validación del modelo.

Un modelo se denomina válido si puede servir para realizar pronósticos entre los datos de entrada y el comportamiento del sistema.

() Implementación de la solución.

Finalmente la solución seleccionada se debe utilizar en la empresa donde se ha realizado el estudio.

En el presente curso se dará mayor énfasis a la formulación y desarrollo de modelos. Se iniciarán con los modelos de programación lineal y programación entera. Luego se estudia un modelo mucho más general denominado programación dinámica. Posteriormente se presentarán dos modelos probabilísticos para el análisis de colas y de análisis de decisiones.

Como pueden ver, la investigación de operaciones es un campo relativamente nuevo y muy práctico. Y se puede utilizar en casi todos las áreas de negocios públicos y privados.

2. Algunas Definiciones.

========================

A continuación algunas definiciones interesantes de lo que es investigación de Operaciones (IO).

"IO es la ciencia de ganar guerras sin luchar en ellas" Arthur Clarke

"IO es la manera de dar malas respuestas a problemas, que de otra manera tendrían respuestas pésimas" T.L. Saaty

3. Bibliografía.

================

[Bazarra,Jarvis,1977]

Bazarra, Moktar S.; Jarvis, John J. "Linear Programming and Network Flows", John Wiley & Sons, New York, 1977.

[Bazarra,Shetty,1979]

Bazarra, Moktar S.; Shetty, C.M. "Nonlinear Programming Theory and Algorithms", John Wiley & Sons, New York, 1977.

[Bazaraa,Jarvis,1991]

Bazaraa, Moktar S.; Jarvis, John J. "Programación Lineal y Flujo en Redes", Editorial Limusa, México, 1991.

[Bronson,1993]

Bronson, Richard. "Investigación de Operaciones", Editorial McGraw-Hill, México, 1993.

[Eppen,Gould,1987]

Eppen, G.D.; Gould F.J. "Investigación de Operaciones en la Ciencia Administrativa", Editorial Prentice-Hall Hispanoamericana, México, 1987.

[Hillier,Lieberman,1990]

Hillier, Frederick S.; Lieberman, Gerald J. "Introduction to Operations Research", Fifth Edition, McGraw-Hill Publishing Company, New York, 1990.

[Inusua,Inusua,Mateos,Martín,1998]

Inusua, Sito Ríos; Inusua, Davi Ríos; Mateos, Alfonso; Martín, Jacinto. "Programación Lineal y Aplicaciones", Editorial Alfaomega, Madrid, 1998.

[Kamlesh,Solow,1996]

Kamlesh, Mathur; Solow, Daniel. "Investigación de Operaciones: El Arte de la Toma de Decisiones", Editorial Pearson, México, 1996.

[Stelson,1969]

Stelson, Thomas E. "Introduction to Systemns Engineering Deterministic Models", Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusettes, 1969.

[Taha,1991]

Taha, Hamdy. "Investigación de Operaciones", Segunda Edición, Editorial Alfaomega, México, 1991.

[Ventsel,

Ventsel, E.S. "Investigación de Operaciones", Editorial Mir, Moscú, 1983.

4. Apéndices.

=============

4.1. Tabla de Números Aleatorios.

---------------------------------

-------------------------------------------------------------------

(A) (B) (C) (D) (E) (F) (G) (H) (I)

-------------------------------------------------------------------

( 1) 80830 17105 90837 82579 25808 52267 53730 95229 66307

( 2) 52587 24081 81638 45959 96192 99321 91023 80682 31865

( 3) 74578 88372 93255 06672 65765 96373 92757 27844 62734

( 4) 14586 96637 27479 97392 07601 74837 57120 77070 15451

( 5) 45201 29302 28134 82576 47326 30064 27699 22906 06730

-------------------------------------------------------------------

( 6) 99544 43197 16259 66529 98513 80960 78567 81980 07337

( 7) 66559 32239 91660 58593 32174 53534 15208 29362 09081

( 8) 28474 01752 19313 52045 68273 17741 27542 23064 16474

( 9) 63121 35728 64555 65607 44858 41258 28725 03533 71540

(10) 58338 98108 01257 20929 96367 39957 03483 78198 56649

-------------------------------------------------------------------

(11) 42264 84551 36805 77532 50069 89911 97290 72029 65361

(12) 59609 21074 31801 74275 14289 35930 08469 53065 79935

(13) 23433 69636 83842 51202 64524 04095 38121 66198 80690

(14) 77976 57209 67179 41068 03161 38141 26394 65120 70722

(15) 94182 86767 59652 50027 08439 36546 67865 30979 74773

-------------------------------------------------------------------

(16) 71985 03308 15141 56983 71731 52338 29370 18946 52292

(17) 12788 13388 32440 59814 42995 67400 70635 91528 80708

(18) 25699 60940 95429 49429 62226 05422 07387 96790 70549

(19) 46096 38992 52456 84872 39939 37072 19905 76670 46365

(20) 12079 23441 53134 87951 61269 40710 60289 82625 81237

-------------------------------------------------------------------

(21) 79171 51101 60506 61871 28820 85390 87235 56228 22231

(22) 41351 39876 05266 32368 34753 24536 41622 02695 72384

(23) 18217 52469 01755 61255 41456 15813 21008 80890 52170

(24) 41179 61656 68643 35999 11446 75002 74341 55369 82327

(25) 52916 08200 89674 84194 54970 63288 61007 50705 61473

-------------------------------------------------------------------

(26) 37209 62796 64814 80587 57974 75221 41578 72623 32782

(27) 57248 96369 32092 49416 98985 14912 36414 63754 37485

(28) 13550 34436 03331 64208 13974 82282 57114 34596 73894

(29) 76967 28445 45444 14807 89797 08142 09392 38087 86123

(30) 39280 89321 78170 86568 54594 93441 24345 74700 49115

-------------------------------------------------------------------

4.2. Tabla de la Normal Estándar.

---------------------------------

|

| . ' .

| . .

| <--. . .

| | . .

| | . .

| | . .

| . | .

| . | .

|\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_|\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|

P(Z<=z0)

------------------------------------------------------------------------------------

z0 0.00 -0.01 -0.02 -0.03 -0.04 -0.05 -0.06 -0.07 -0.08 -0.09

------------------------------------------------------------------------------------

-3.0 0.0013 0.0013 0.0013 0.0012 0.0012 0.0011 0.0011 0.0011 0.0010 0.0010

-2.9 0.0019 0.0018 0.0018 0.0017 0.0016 0.0016 0.0015 0.0015 0.0014 0.0014

-2.8 0.0026 0.0025 0.0024 0.0023 0.0023 0.0022 0.0021 0.0021 0.0020 0.0019

-2.7 0.0035 0.0034 0.0033 0.0032 0.0031 0.0030 0.0029 0.0028 0.0027 0.0026

-2.6 0.0047 0.0045 0.0044 0.0043 0.0041 0.0040 0.0039 0.0038 0.0037 0.0036

-2.5 0.0062 0.0060 0.0059 0.0057 0.0055 0.0054 0.0052 0.0051 0.0049 0.0048

-2.4 0.0082 0.0080 0.0078 0.0075 0.0073 0.0071 0.0069 0.0068 0.0066 0.0064

-2.3 0.0107 0.0104 0.0102 0.0099 0.0096 0.0094 0.0091 0.0089 0.0087 0.0084

-2.2 0.0139 0.0136 0.0132 0.0129 0.0125 0.0122 0.0119 0.0116 0.0113 0.0110

-2.1 0.0179 0.0174 0.0170 0.0166 0.0162 0.0158 0.0154 0.0150 0.0146 0.0143

-2.0 0.0228 0.0222 0.0217 0.0212 0.0207 0.0202 0.0197 0.0192 0.0188 0.0183

-1.9 0.0287 0.0281 0.0274 0.0268 0.0262 0.0256 0.0250 0.0244 0.0239 0.0233

-1.8 0.0359 0.0351 0.0344 0.0336 0.0329 0.0322 0.0314 0.0307 0.0301 0.0294

-1.7 0.0446 0.0436 0.0427 0.0418 0.0409 0.0401 0.0392 0.0384 0.0375 0.0367

-1.6 0.0548 0.0537 0.0526 0.0516 0.0505 0.0495 0.0485 0.0475 0.0465 0.0455

-1.5 0.0668 0.0655 0.0643 0.0630 0.0618 0.0606 0.0594 0.0582 0.0571 0.0559

-1.4 0.0808 0.0793 0.0778 0.0764 0.0749 0.0735 0.0721 0.0708 0.0694 0.0681

-1.3 0.0968 0.0951 0.0934 0.0918 0.0901 0.0885 0.0869 0.0853 0.0838 0.0823

-1.2 0.1151 0.1131 0.1112 0.1093 0.1075 0.1056 0.1038 0.1020 0.1003 0.0985

-1.1 0.1357 0.1335 0.1314 0.1292 0.1271 0.1251 0.1230 0.1210 0.1190 0.1170

-1.0 0.1587 0.1562 0.1539 0.1515 0.1492 0.1469 0.1446 0.1423 0.1401 0.1379

-0.9 0.1841 0.1814 0.1788 0.1762 0.1736 0.1711 0.1685 0.1660 0.1635 0.1611

-0.8 0.2119 0.2090 0.2061 0.2033 0.2005 0.1977 0.1949 0.1922 0.1894 0.1867

-0.7 0.2420 0.2389 0.2358 0.2327 0.2296 0.2266 0.2236 0.2206 0.2177 0.2148

-0.6 0.2743 0.2709 0.2676 0.2643 0.2611 0.2578 0.2546 0.2514 0.2483 0.2451

-0.5 0.3085 0.3050 0.3015 0.2981 0.2946 0.2912 0.2877 0.2843 0.2810 0.2776

-0.4 0.3446 0.3409 0.3372 0.3336 0.3300 0.3264 0.3228 0.3192 0.3156 0.3121

-0.3 0.3821 0.3783 0.3745 0.3707 0.3669 0.3632 0.3594 0.3557 0.3520 0.3483

-0.2 0.4207 0.4168 0.4129 0.4090 0.4052 0.4013 0.3974 0.3936 0.3897 0.3859

-0.1 0.4602 0.4562 0.4522 0.4483 0.4443 0.4404 0.4364 0.4325 0.4286 0.4247

0.0 0.5000 0.4960 0.4920 0.4880 0.4840 0.4801 0.4761 0.4721 0.4681 0.4641

------------------------------------------------------------------------------------

|

| . ' .

| . .

| . . <--.

| . . |

| . . |

| . . |

| . | .

| . | .

|\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_|\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|

P(Z<=z0)

------------------------------------------------------------------------------------

z0 0.00 0.01 0.02 0.03 0.04 0.05 0.06 0.07 0.08 0.09

------------------------------------------------------------------------------------

0.0 0.5000 0.5040 0.5080 0.5120 0.5160 0.5199 0.5239 0.5279 0.5319 0.5359

0.1 0.5398 0.5438 0.5478 0.5517 0.5557 0.5596 0.5636 0.5675 0.5714 0.5753

0.2 0.5793 0.5832 0.5871 0.5910 0.5948 0.5987 0.6026 0.6064 0.6103 0.6141

0.3 0.6179 0.6217 0.6255 0.6293 0.6331 0.6368 0.6406 0.6443 0.6480 0.6517

0.4 0.6554 0.6591 0.6628 0.6664 0.6700 0.6736 0.6772 0.6808 0.6844 0.6879

0.5 0.6915 0.6950 0.6985 0.7019 0.7054 0.7088 0.7123 0.7157 0.7190 0.7224

0.6 0.7257 0.7291 0.7324 0.7357 0.7389 0.7422 0.7454 0.7486 0.7517 0.7549

0.7 0.7580 0.7611 0.7642 0.7673 0.7704 0.7734 0.7764 0.7794 0.7823 0.7852

0.8 0.7881 0.7910 0.7939 0.7967 0.7995 0.8023 0.8051 0.8078 0.8106 0.8133

0.9 0.8159 0.8186 0.8212 0.8238 0.8264 0.8289 0.8315 0.8340 0.8365 0.8389

1.0 0.8413 0.8438 0.8461 0.8485 0.8508 0.8531 0.8554 0.8577 0.8599 0.8621

1.1 0.8643 0.8665 0.8686 0.8708 0.8729 0.8749 0.8770 0.8790 0.8810 0.8830

1.2 0.8849 0.8869 0.8888 0.8907 0.8925 0.8944 0.8962 0.8980 0.8997 0.9015

1.3 0.9032 0.9049 0.9066 0.9082 0.9099 0.9115 0.9131 0.9147 0.9162 0.9177

1.4 0.9192 0.9207 0.9222 0.9236 0.9251 0.9265 0.9279 0.9292 0.9306 0.9319

1.5 0.9332 0.9345 0.9357 0.9370 0.9382 0.9394 0.9406 0.9418 0.9429 0.9441

1.6 0.9452 0.9463 0.9474 0.9484 0.9495 0.9505 0.9515 0.9525 0.9535 0.9545

1.7 0.9554 0.9564 0.9573 0.9582 0.9591 0.9599 0.9608 0.9616 0.9625 0.9633

1.8 0.9641 0.9649 0.9656 0.9664 0.9671 0.9678 0.9686 0.9693 0.9699 0.9706

1.9 0.9713 0.9719 0.9726 0.9732 0.9738 0.9744 0.9750 0.9756 0.9761 0.9767

2.0 0.9772 0.9778 0.9783 0.9788 0.9793 0.9798 0.9803 0.9808 0.9812 0.9817

2.1 0.9821 0.9826 0.9830 0.9834 0.9838 0.9842 0.9846 0.9850 0.9854 0.9857

2.2 0.9861 0.9864 0.9868 0.9871 0.9875 0.9878 0.9881 0.9884 0.9887 0.9890

2.3 0.9893 0.9896 0.9898 0.9901 0.9904 0.9906 0.9909 0.9911 0.9913 0.9916

2.4 0.9918 0.9920 0.9922 0.9925 0.9927 0.9929 0.9931 0.9932 0.9934 0.9936

2.5 0.9938 0.9940 0.9941 0.9943 0.9945 0.9946 0.9948 0.9949 0.9951 0.9952

2.6 0.9953 0.9955 0.9956 0.9957 0.9959 0.9960 0.9961 0.9962 0.9963 0.9964

2.7 0.9965 0.9966 0.9967 0.9968 0.9969 0.9970 0.9971 0.9972 0.9973 0.9974

2.8 0.9974 0.9975 0.9976 0.9977 0.9977 0.9978 0.9979 0.9979 0.9980 0.9981

2.9 0.9981 0.9982 0.9982 0.9983 0.9984 0.9984 0.9985 0.9985 0.9986 0.9986

3.0 0.9987 0.9987 0.9987 0.9988 0.9988 0.9989 0.9989 0.9989 0.9990 0.9990

------------------------------------------------------------------------------------

4.3. Tabla t de Student.

------------------------

| . ' .

| . .

| . .

| | . . |

| | . . |

| | . . |

| . | | .

| . | | .

|\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_|\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_|\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

-t0 t0

alfa/2 alfa/2

--------------------------------------------------

Grados de ...... Area en Ambos Extremos .......

Libertad 0.10 0.05 0.02 0.01

--------------------------------------------------

1 6.3137 12.7062 31.8210 63.6559

2 2.9200 4.3027 6.9645 9.9250

3 2.3534 3.1824 4.5407 5.8408

4 2.1318 2.7765 3.7469 4.6041

5 2.0150 2.5706 3.3649 4.0321

6 1.9432 2.4469 3.1427 3.7074

7 1.8946 2.3646 2.9979 3.4995

8 1.8595 2.3060 2.8965 3.3554

9 1.8331 2.2622 2.8214 3.2498

10 1.8125 2.2281 2.7638 3.1693

11 1.7959 2.2010 2.7181 3.1058

12 1.7823 2.1788 2.6810 3.0545

13 1.7709 2.1604 2.6503 3.0123

14 1.7613 2.1448 2.6245 2.9768

15 1.7531 2.1315 2.6025 2.9467

16 1.7459 2.1199 2.5835 2.9208

17 1.7396 2.1098 2.5669 2.8982

18 1.7341 2.1009 2.5524 2.8784

19 1.7291 2.0930 2.5395 2.8609

20 1.7247 2.0860 2.5280 2.8453

21 1.7207 2.0796 2.5176 2.8314

22 1.7171 2.0739 2.5083 2.8188

23 1.7139 2.0687 2.4999 2.8073

24 1.7109 2.0639 2.4922 2.7970

25 1.7081 2.0595 2.4851 2.7874

26 1.7056 2.0555 2.4786 2.7787

27 1.7033 2.0518 2.4727 2.7707

28 1.7011 2.0484 2.4671 2.7633

29 1.6991 2.0452 2.4620 2.7564

30 1.6973 2.0423 2.4573 2.7500

60 1.6706 2.0003 2.3901 2.6603

120 1.6576 1.9799 2.3578 2.6174

--------------------------------------------------